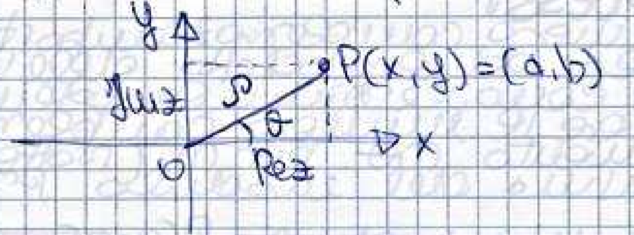
RAPPRESENTAZIONE GEOMETRICA DEI NUMERI COMPLESSI

La rappresentazione geometrica dei numeri complessi avviene sul cosiddetto **piano complesso**, sul piano individuato cioè dal sistema di coordinate x y dove però adesso vengono fatti corrispondere le parti reali dei numeri e sulle ordinate i coefficienti degli immaginari.

Per questo l'asse x viene detto **asse reale** in quanto su di esso si trovano tutti i numeri reali mentre l'asse verticale viene detto **immaginario**, dovendovi trovare tutti i numeri immaginari puri.

Il numero complesso $z=0$ è rappresentato dall'origine, mentre due complessi coniugati sono simmetrici rispetto all'asse x.



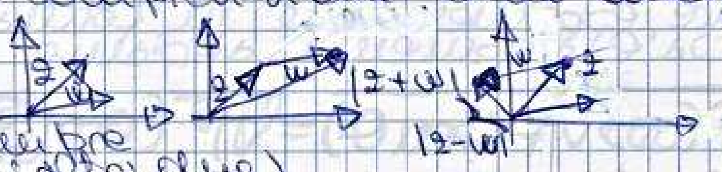
$$\overline{OP} = |z| = \rho$$

Il **modulo** di z è rappresentato dal segmento $\overline{OP}$, mentre l'angolo formato dal segmento stesso con l'asse reale prende il nome di **anomalia** o **argomento**.

Individuando i numeri complessi con dei vettori è intuitiva la comprensione delle disuguaglianze prima affrontate, dette delle

disuguaglianze triangolari

(ricordando che in un triangolo un lato è sempre minore della somma degli altri due).



FORMA TRIGONOMETRICA DEI NUMERI COMPLESSI

Avendo precedentemente definito il modulo ρ e l'argomento θ individuiamo ora la forma trigonometrica del numero complesso $z=a+ib$:

$$\forall z \in \mathbb{C} \quad a+ib=\rho(\cos\theta + i \operatorname{sen}\theta)$$

Abbiamo quindi (come è anche intuibile dalla rappresentazione geometrica) che:

$$a=\rho\cos\theta \qquad b=\rho\operatorname{sen}\theta \qquad \rho=\sqrt{a^2+b^2}$$

mentre per passare dalla forma algebrica alla trigonom. abbiamo che:

$$\cos\theta=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{a}{\rho} \qquad \operatorname{sen}\theta=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \qquad \theta=\operatorname{arctg}\frac{b}{a}$$

Ricordiamo a proposito che uno stesso numero complesso può avere infiniti argomenti, tutti quelli del tipo $\theta+2k\pi$ con $k\in\mathbb{Z}$

Pertanto l'argomento θ tale che $-\pi<\theta\leq\pi$ prende il nome di **argomento principale**.

OPERAZIONI FRA NUMERI COMPLESSI IN FORMA TRIGONOMETRICA

a) il prodotto di due numeri complessi ha per modulo il prodotto dei moduli e per argomento la somma degli argomenti.

$$z_1=\rho_1(\cos\theta_1+i\operatorname{sen}\theta_1) \qquad z_2=\rho_2(\cos\theta_2+i\operatorname{sen}\theta_2)$$

$$z_1\cdot z_2=\rho_1\rho_2(\cos(\theta_1+\theta_2)+i\operatorname{sen}(\theta_1+\theta_2))$$

b) il quoziente di due numeri complessi ha per modulo il quoziente dei moduli e per argomento la differenza degli argomenti

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{\rho_1}{\rho_2}(\cos(\theta_1-\theta_2)+i\operatorname{sen}(\theta_1-\theta_2)$$