Una funzione iniettiva si dice anche invertibile.

FUNZIONE INVERSA

Si dice funzione inversa f^{-1} una nuova applicazione di $f(A)$ in A che ad ogni elemento $y \in f(A)$ associa quell'unico elemento $x \in A$ tale che $f(x)=y$

$$f^{-1}: y \in f(A) \longrightarrow x = f^{-1}(A) \in A$$

INVERTIBILITÀ DI UNA FUNZIONE INIETTIVA

La funzione inversa di una funzione iniettiva è univocamente una funzione in quanto ogni $y \in f(A)$ è immagine di un solo $x \in A$.

Altra caratteristica delle funzioni iniettive è la seguente:

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$
$$x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$$

FUNZIONI SURIETTIVE

Una funzione si dice suriettiva se ogni elemento dell'insieme B è immagine di almeno un elemento di A.

$$\forall y \in B \ \exists x \in A : f(x) = y$$

Se una funzione è suriettiva l'immagine di A coincide con B

$$f(A) = B$$

FUNZIONI BIETTIVE

Una funzione si dice biettiva se è sia iniettiva che suriettiva.

Si dice anche che fra A e B vi è corrispondenza biunivoca

Una funzione biunivoca fra insiemi che hanno un numero finito di elementi esiste solo se gli insiemi hanno lo stesso numero di elementi

I conseguenza

Verificare che esiste una corrispondenza biunivoca fra due insiemi che hanno un numero finito di elementi dimostra che i due insiemi hanno lo stesso numero di elementi.

II conseguenza

Non ci può essere corrispondenza biunivoca fra un insieme finito ed un suo sottoinsieme proprio.

SOTTOINSIEMI PROPRI

Def. di sottoinsiemi

$A \subset B$ se $\forall x \in A \Rightarrow x \in B$

Affinché A sia un sottoinsieme proprio di B

1) $\forall x \in A \Rightarrow x \in B$

2) $\exists x \in B : x \notin A$

Dimostriamo che l'insieme vuoto è sottoinsieme di ogni altro insieme:

$$\forall x \in \emptyset \Rightarrow x \in B$$

Non essendoci alcun $x \in \emptyset$ (che, come detto in precedenza non ci vieta di scrivere $\forall x \in \emptyset$) non vi è alcun x che contraddice la definizione di sottoinsieme.

INSIEMI INFINITI

DEF. Un insieme ha un numero infinito di elementi se e solo se è possibile una applicazione (funzione) biunivoca fra l'insieme ed un suo sottoinsieme proprio.

$A = \text{infinito} \Leftrightarrow \exists f_{\text{biunivoca}} : A \to B \subset A$

$f: n \in \mathbb{N} \to (n+1) \in \mathbb{N}$

$f(\mathbb{N}) = \{2, 3, 4 \dots\} = \mathbb{N} - \{1\} \supset \mathbb{N}$

$f: n \in \mathbb{N} \to 2n \in \mathbb{N}$

esempi di come sia possibile definire una funzione biunivoca fra l'insieme infinito $\mathbb{N}$ ed alcuni suoi sottoinsiemi propri.