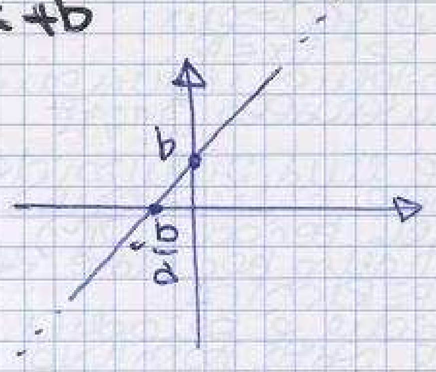
ESEMPI DI FUNZIONI REALI DI VARIABILE REALE

1) POLINOMIO DI I GRADO $f(x)=ax+b$

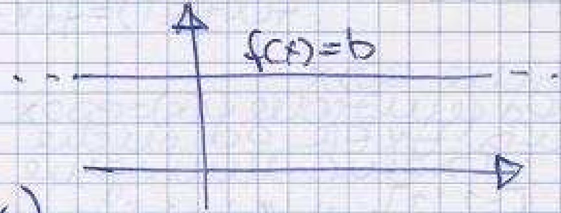
A) $f(x)=ax+b \quad a\neq 0$

L'insieme immagine $f(I)$ è tutto l'insieme dei reali se $I=]-\infty;+\infty[$
la funzione è invertibile in quanto iniettiva e suriettiva e
$f^{-1}: x=\dfrac{y-b}{a}$



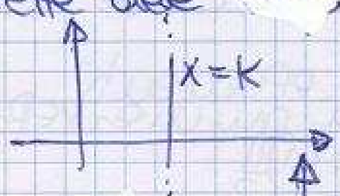
B) $a=0$

Tale funzione è una funzione del tipo $y=b$, quindi costante.

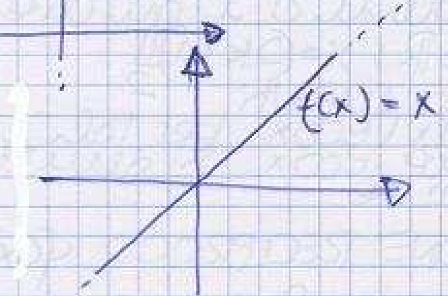


È ovvio che non è invertibile in quanto non è iniettiva
($\forall x\in I \Rightarrow y=b$ cioè $f(x_1)=f(x_2) \not\Rightarrow x_1=x_2$)
Se infatti consideriamo la funzione $f(x)=$ come la funzione $f(x)=ax+b$ con $a=0$ la funzione inversa $f^{-1}=\dfrac{y-b}{a}$ non esiste in quanto è un rapporto con denominatore nullo.

OSSERVAZIONE: le funzioni del tipo $y=ax+b$ non esauriscono tutte le combinazioni delle $\mathbb{R}^2$. Se infatti consideriamo una retta parallela all'asse y essa è caratterizzata da un'ascissa costante $x=k$ e non rappresenta quindi una funzione

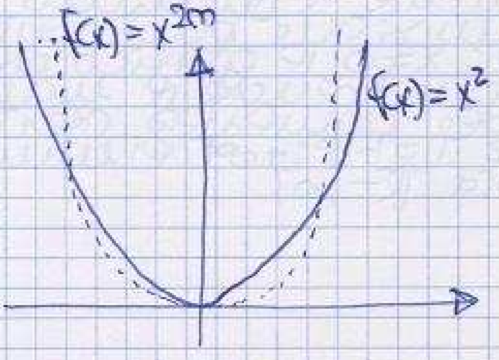


C) funzione identità. È ancora un caso particolare della funzione polinomio di I grado, con
$a=1$ e $b=0$ cioè $f(x)=x$
il grafico è rappresentato dalla retta bisettrice del I e III quadrante



2) Funzione x^n

È del tipo $f(x)=x^2$
non è monotona e quindi non è invertibile e l'insieme $f(I)$ se $I=]-\infty;+\infty[$ è l'intervallo $[0,+\infty[$
il grafico prende il nome di parabola
La parabola è anche il grafico di funzioni del tipo $f(x)=x^{2n}$
La funzione inversa di queste funzioni esiste solamente per $x>0$



Se invece $f(x)=x^n$ con n dispari la funzione è monotona, $f(I)=]-\infty,+\infty[$ con $I=]-\infty;+\infty[$
ed è quindi invertibile in quanto esiste $\forall x\in\mathbb{R}$
il grafico di tali funzioni è del tipo mostrato a fianco