CONDIZIONI PER L'ESISTENZA DELL'ASINTOTO OBLIQUO

Dire che $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-mx)=K$ equivale a dire che

$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-mx-K)=0 \Rightarrow \lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}-m-\frac{K}{x}=0$

cioè che

1) $\exists m\in\mathbb{R}-\{0\}: \lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=m$ — una volta trovato m devo ricavare K dall'espressione di partenza ottengo quindi la condizione

2) $\exists K\in\mathbb{R}: \lim_{x\to+\infty}[f(x)-mx]=K$ (discorso analogo vale per asintoti obliqui per $x\to-\infty$)

DEFINIZIONE DI FUNZIONI LIPSCHITZIANE

Una funzione $f: I\to\mathbb{R}$ si dice lipschitziana se esiste $K\in\mathbb{R}$, $K>0$ tale che per ogni coppia $x', x''\in I$ risulti $|f(x')-f(x'')|<K|x'-x''|$.

OSSERVAZIONE 1 Una funzione lipschitziana è sempre uniformemente continua. Infatti, $\forall\varepsilon>0$ basta porre $\delta=\frac{\varepsilon}{K}$ per avere che, se $|x'-x''|<\delta=\frac{\varepsilon}{K} \Rightarrow |f(x')-f(x'')|<K\delta=K\cdot\frac{\varepsilon}{K}$

OSSERVAZIONE 2 Una funzione uniformemente continua non è detto che sia lipschitziana. Basta considerare, come esempio che elimina ogni dubbio la funzione uniformemente continua $f(x)=\sqrt{x}$

ASINTOTI OBLIQUI NELLE FUNZIONI PARI E DISPARI

Supponiamo che $f:]-\infty;+\infty[\to\mathbb{R}$ abbia per x che tende a $+\infty$ come asintoto obliquo la retta di equazione
$y=mx+q$.

Allora:

A) se f(x) è **pari** per $x\to-\infty$ la funzione ha come asintoto obliquo la retta di equazione
$y=-mx+q$

B) se f(x) è **dispari** per $x\to-\infty$ la funzione ha come asintoto obliquo la retta di equazione
$y=mx-q$