METODO TABELLARE di ANALISI di UN CIRCUITO

Siamo quindi riusciti a formalizzare il problema della stesura di un sistema di equazioni che ci permette di risolvere un qualsiasi circuito non anomalo composto da R rami.

Ricordiamo che un circuito è anomalo se possiamo individuare una maglia con soli generatori di tensione o un taglio con soli generatori di corrente.

Se i rami sono R le nostre incognite sono 2R e precisamente $I_1, I_2, \dots, I_R, V_1, V_2, \dots, V_R$

Le 2R equazioni sappiamo essere

$$\begin{cases} [I_a]+[A][I_c]=0 \\ [V_c]+[B][V_A]=0 \\ V_1 = R_1 I_1 \\ \vdots \\ V_j = m V_i \\ I_j = \frac{1}{m} I_i \\ \vdots \\ V_R = L_R \frac{dI_R}{dt} \end{cases}$$

sistema R×R puramente algebrico EQUAZIONI TOPOLOGICHE

EQUAZIONI COSTITUTIVE sistema R×R che diventa integro-differenziale se già è presente un solo componente con memoria.

Il grande vantaggio del metodo tabellare è, come abbiamo detto, che il sistema può essere ricavato con un semplice procedimento, anche se piuttosto laborioso, e supera i problemi che abbiamo citato ovvero il rischio di ottenere un sistema non valido o troppo complesso rispetto alle incognite presenti.

Rimangono però due grandi problemi:

1) **LA COMPLESSITÀ**: 2R equazioni possono portare ad algoritmi che hanno complessità $O(R^3)$ e conseguentemente a grandi oneri computazionali in caso di circuiti con tanti rami

2) **LA PRESENZA di ELEMENTI CON MEMORIA**, che ci rimanda ai problemi sullo studio dei sistemi di equazioni differenziali. Ricordiamo solo che la presenza di n equazioni del I ordine nel sistema equivale alla soluzione di una sola equazione di ordine n; risulta chiaro quindi è importante di ridurre al massimo il numero di equazioni.

Noi affronteremo il problema 1) considerando circuiti lineari permanenti senza memoria e poi passeremo a considerare il 2° problema introducendo componenti come induttori, condensatori ecc.

ORTOGONALITA' di [V] ed [I] e PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE della POTENZA ISTANTANEA

Una importante conseguenza delle equazioni di Kirchhoff nel metodo tabellare e' la seguente proprietà:

Assumendo per le tensioni i versi coordinati con le correnti, lo sottospazio vettoriale descritto da [V] e quello generato da [I] sono ortogonali

infatti $\langle [I],[V] \rangle = [I]^T [V] = [[I_A]^T ; [I_C]^T] \cdot \begin{bmatrix} [V_A] \\ [V_C] \end{bmatrix} = [I_A]^T [V_A] + [I_C]^T [V_C] =$

$=$ (essendo $[I_A] = [A][I_C]$ e $[V_C] = -[B][V_A]$) $= -[I_C]^T [A]^T [V_A] - [I_C]^T [B][V_A]$

$$[I_A]^T = -[I_C]^T [A]^T$$

non appena ricordiamo che $[B]^T = -[A]^T$

$$-[I_C]^T [A]^T [V_A] + [I_C]^T [A]^T [V_A] = 0$$

Un'altra formulazione di questa proprietà si ha notando che

$$[I]^T [V] = \sum_{K=1}^{R} V_K(t) I_K(t) = \sum_{K=1}^{R} P_K(t) = 0$$

Essendo il prodotto $V_K(t) I_K(t)$ la potenza entrante nella porta che si trova sul ramo K (quindi con segno negativo se erogata) tale espressione esprime che la potenza istantanea del circuito si conserva.

Questo ovviamente non vuol dire che non vi sia dissipazione, ma semplicemente che x ogni componente passivo che assorbe potenza vi saranno uno o più elementi attivi che pareggiano il bilancio.

Una conseguenza + significativa dell'ortogonalità è il

TEOREMA di TELLEGEN

Per due circuiti aventi lo stesso grafo orientato, risulta:

$$[I^{(1)}]^T [V^{(2)}] = 0 \quad \text{e} \quad [I^{(2)}]^T [V^{(1)}] = 0$$

dove $[I^{(1)}]$, $[V^{(1)}]$ sono le correnti e le tensioni nel primo circuito e $[I^{(2)}]$, $[V^{(2)}]$ sono le correnti e tensioni nel II circuito.

Una importante applicazione di questo teorema è lo studio della sensibilità dell'uscita di un circuito alla variazione dei parametri dei suoi componenti.

In ultima analisi il teorema di Tellegen e' dovuto al fatto che [I] e [V] continuano ad essere ortogonali anche se li sottoponiamo ad una trasformazione lineare, che e' ciò che avviene matematicamente sostituendo i componenti del sistema ma lasciandone immutato il grafo.