ANALISI DI UN CIRCUITO LPC SENZA MEMORIA

Iniziamo ad affrontare il problema della riduzione di complessità del sistema risolvente nell'ipotesi che il circuito in esame sia senza memoria.

Diciamo che un circuito è s.m. se è composto di tutti e soli componenti s.m., nelle cui equazioni costitutive, cioè non siano presenti operatori integro-differenziali.

Alla base del processo di riduzione sta la seguente

IDEA:

Individuo un sottoinsieme indipendente di incognite che chiamo variabili ausiliarie e risolvo rispetto a questo, nell'ipotesi che dalla conoscenza di queste si possa risalire facilmente a tutte le grandezze incognite. fond. da verificare

Poiché nel metodo tabellare le variabili indipendenti erano $\{[I_c][V_A]\}$ ovviamente il sottoinsieme dovrà essere estratto da questo.

In particolare noi vedremo due metodi:

$\{[I_c],[V_A]\}$ variabili incognite metodo tabellare

scelgo le correnti di co-albero come variabili ausiliarie ⇓ **METODO delle MAGLIE**: le equazioni da risolvere saranno le KLV sulle maglie fondamentali;

scelgo le tensioni nell'albero come variabili ausiliarie ⇓ **METODO dei TAGLI**: le equazioni da risolvere saranno le KLC sui tagli fondamentali.

METODO delle MAGLIE e IPOTESI AGGIUNTIVE

Vediamo ora se $[I_c]$ è una scelta possibile come insieme di variabili ausiliarie;

a tale scopo dovremo verificare che

A) le $[I_c]$ sono fra loro indipendenti, cosa che già sappiamo.

B) dalla conoscenza delle $[I_c]$ si possa risalire a $[I_A]$, $[V_A]$, $[V_c]$

1) $[I_A]+[A][I_c]=0 \Rightarrow [I_A]=-[A][I_c]$

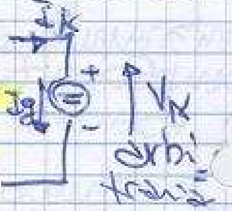
2) conosciamo ora $[I]=[[I_A]:[I_c]]$ e dobbiamo poter risalire a $[V]=[[V_A]:[V_c]]$: perché ciò sia possibile attraverso le sole eq. costitutive dovremo imporre la seguente

IPOTESI AGGIUNTIVA: i nostri circuiti sono costituiti da soli resistori e generatori di tensione

In questo modo 2') potremo conoscere $[V_A]$ da $[I_A]$ con le eq. costitutive e gli andamenti imposti.

2'') potremo risalire alle $[V_c]$ dalle $[I_c]$ nella stessa maniera.

La necessità dell'ipotesi aggiuntiva è evidente: se ad esempio in un ramo avessimo un generatore di corrente, la tensione nel ramo non sarebbe più in alcun modo vincolata da I_g; da $[I_c]$ non si può risalire più a tutte le tensioni, essendo $V_k = V_g$ arbitraria.



FORMALIZZAZIONE DEL SISTEMA RISOLVENTE

Il primo passo x arrivare al sistema risolvente nelle $[I_c]$ consiste nello scrivere le equazioni costitutive in forma matriciale e compatta.

Se definiamo $[R]$ = matrice diagonale con $R_k = 0$ se sul ramo k vi è un generatore ed $R_k \neq 0$ se nel ramo k vi è il resistore R_k

$[V_g]$ = vettore dei termini noti con $V_{gk} = 0$ se nel ramo k vi è un resistore e $V_{gk} \neq 0$ se nel ramo k vi è il generatore V_{gk}.

In questo modo le equazioni costitutive si scrivono in forma compatta

$$[V] = [R][I] + [V_g]$$

In particolare se scriviamo che

$$[R] = \left[\begin{array}{c|c} [R_A] & 0 \\ \hline 0 & [R_c] \end{array}\right] \quad e \quad [V_g] = \begin{bmatrix} [V_{gA}] \\ [V_{gc}] \end{bmatrix}$$

avremo in dettaglio:

$$[V_a] = [R_A][I_a] + [V_{gA}]$$
$$[V_c] = [R_c][I_c] + [V_{gc}]$$

L'equazione che finora non abbiamo ancora utilizzato è la KLV sulle maglie

$$[V_c] + [B][V_A] = 0$$

notiamo che le equazioni scalari sono in quantità $R-n+1$ così come il numero delle incognite $[I_c]$ e arriviamo alla seguente

IDEA

Utilizziamo la KLV delle maglie fondamentali per arrivare (sfruttando le relazioni costitutive) ad un sistema $(R-n+1) \times (R-n+1)$ nelle $[I_c]$.

Quello che rimane è ormai solo computazione:

$$0 = [V_c] + [B][V_A] = [R_c][I_c] + [V_{gc}] + [B]\{[R_A][I_A] + [V_{gA}]\} =$$
$$= [R_c][I_c] + [V_{gc}] + [B][R_A]\{-[A]^T[I_c]\} + [B][V_{gA}] =$$
$$= \{[R_c] + [A]^T[R_A][I_A]\}[J_c] + [B][V_{gA}] + [V_{gc}]$$

In forma compatta il nostro sistema risolvente è

$$[Z][I_c] = [V_g] \quad \text{dove} \quad \begin{cases} [Z] = [R_c] + [A]^T[R_A][A] \\ [V_g] = -[V_{gc}] + [B][V_{gA}] = [A]^T[V_{gA}] - [V_{gc}] \end{cases}$$