COSTRUZIONE ALGORITMICA della MATRICE [Z] e del VETTORE [V_g] (7)

Una prima impressione potrebbe essere che con tutti i calcoli di matrici prodotto nella definizione di [V_g] e [Z] la complessità del problema non si sia poi ridotta così notevolmente.

In realtà bisogna considerare che [R_A] ed [R_C] sono diagonali per cui $[A]^T[R_A][A]+[R_C]$ è simmetrica, il che, oltre a semplificare il calcolo di [Z] stessa semplifica anche la ricerca delle soluzioni del sistema.

I dubbi cadono completamente se scopriamo che [Z] può essere costruita con le seguenti regole elementari:

- Z_{ii} è la somma delle resistenze sulla maglia i-esima
- $Z_{ij}=Z_{ji}$ è la somma algebrica delle resistenze comuni alle maglie i e j:
  - prese col segno + se i versi di percorrenza sono concordi
  - prese col segno − se i versi di percorrenza sono discordi.
- V_{gi} è la somma algebrica dei generatori che si trovano nella maglia i-esima:
  - presi col segno + se concordi col verso di percorrenza (x definizione quello del ramo di co-albero)
  - presi col segno − se discordi con tale verso

ALTERNATIVA alla COSTRUZIONE ALGORITMICA: LE CORRENTI FITTIZIE di MAGLIA.

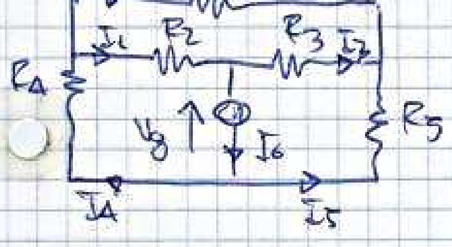
Il metodo precedente è formale e molto utile, soprattutto per i circuiti di grandi dimensioni. Per velocizzare la stesura manuale in caso di circuiti non troppo complessi è preferibile il seguente metodo:

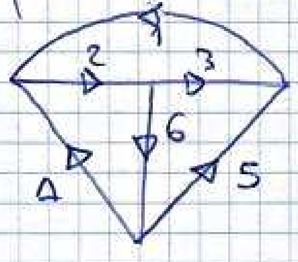
A) immaginare che in ogni maglia fondamentale circoli una corrente fittizia pari alla corrente nel ramo di coalbero

B) in ogni ramo le correnti sono combinazioni lineari di queste correnti di maglia. Combinazioni dettate dalle KCL ai nodi (corrente nel ramo k = somma delle correnti di maglia che lambiscono il ramo).

C) le equazioni del sistema risolvente sono le KVL nelle maglie fondamentali con le correnti di maglia come incognite (il sistema fornisce quindi le correnti nei rami di coalbero)

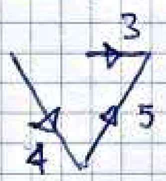
Vediamo con un esempio di illustrare i due metodi



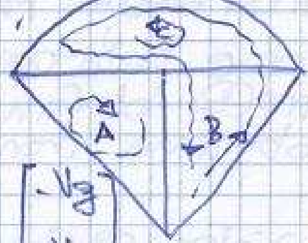


Albero

co-albero



maglie fondamentali: costruzione della matrice Z e del vettore Vg



$$\begin{bmatrix} R_2+R_4 & R_2 & R_2 \\ R_2 & R_1+R_2+R_5 & R_1+R_2 \\ R_2 & R_1+R_2 & R_1+R_2+R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -V_g \\ -V_g \\ 0 \end{bmatrix}$$

calcoliamo ora il sistema con il metodo delle correnti fittizie

$$R_4 I_A + R_2(I_A+I_B+I_C) - V_g = 0$$

$$R_5 I_B + R_1(I_B+I_C) + R_2(I_A+I_B+I_C) = -V_g$$

$$R_1(I_C+I_B) + R_2(I_A+I_B+I_C) + R_3 I_C = 0$$

Andiamo ora a sviluppare il prodotto fra matrici e confrontiamo i risultati

$$R_2 I_A + R_4 I_A + R_2 I_B + R_2 I_C = -V_g$$

$$R_2 I_A + R_1 I_B + R_2 I_B + R_5 I_B + R_1 I_C + R_2 I_C = -V_g$$

$$R_2 I_A + R_1 I_B + R_2 I_B + R_1 I_C + R_2 I_C + R_3 I_C = 0$$

come volevasi dimostrare.