FORMALIZZAZIONE del SISTEMA RISOLVENTE

Per completare le equazioni costitutive definiamo la matrice diagonale

$$[G] \text{ con } \begin{cases} G_{ii} = \frac{1}{R} = \text{conduttanza del ramo } i \text{ se vi è la resistenza } R_i \\ G_{ii} = 0 \text{ se nel ramo } i \text{ vi è un generatore di corrente} \end{cases}$$

e definiamo anche il vettore

$[I_G]$ in modo che $\begin{cases} I_{g_i} = 0 \text{ se nel ramo } i \text{ vi è un resistore} \\ I_{g_i} = I_g \text{ se nel ramo } i \text{ vi è un generatore indipendente di corrente} \end{cases}$

In questo modo le eq. costitutive si scrivono come

$$[I] = [G][V] + [I_G] \quad \text{ovvero} \quad \begin{cases} [I_A] = [G_A][V_A] + [I_{g_A}] \\ [I_C] = [G_C][V_C] + [I_{g_C}] \end{cases}$$

se diciamo che

$$[G] = \begin{bmatrix} [G_A] & 0 \\ 0 & [G_C] \end{bmatrix} \quad \text{mentre} \quad I_g = \begin{bmatrix} [I_{g_A}] \\ [I_{g_C}] \end{bmatrix}$$

Non ci rimane che scegliere l'equazione su cui risolvere: dualmente al caso delle maglie, qui scegliamo le KLC in quanto il numero di equazioni $(n-1)$ è pari al numero delle incognite, inoltre non possiamo usare due volte le KLV che abbiamo detto ci servono per risalire alle $[V_C]$;

idea

Utilizziamo le KLC nei tagli fondamentali x arrivare ad un sistema $(n-1)\times(n-1)$ nelle $[V_A]$.

$$[I_A] + [A][I_C] = 0 \Rightarrow [G_A][V_A] + [I_{g_A}] + [A]\{[G_C][V_C] + [I_{g_C}]\} = 0 \Rightarrow$$

$$[G_A][V_A] + [I_{g_A}] + [A][G_C][A]^t[V_A] + [A][I_{g_C}] = 0$$

il sistema risolvente in forma compatta è

$$[Y][V_A] + [I_g] = 0 \quad \text{dove} \quad \begin{cases} [Y] = [G_A] + [A][G_C][A]^t \\ [I_g] = [I_{g_A}] + [A][I_{g_C}] \end{cases}$$

Analogamente al caso delle maglie è possibile una

COSTRUZIONE ALGORITMICA DELLA MATRICE $[Y]$ e del VETTORE $[I_g]$

gli elementi della matrice $[Y]$ sono così costituiti:

Y_{ii} = somma delle conduttanze nei rami tagliati dal taglio i-esimo

$Y_{ij} = Y_{ji}$ = somma algebrica delle conduttanze nei rami comuni al taglio i-esimo e a quello j-esimo:

- col segno + se entrambe concordi col verso del taglio o entrambe discordi
- col segno - se una è concorde col proprio taglio e l'altra

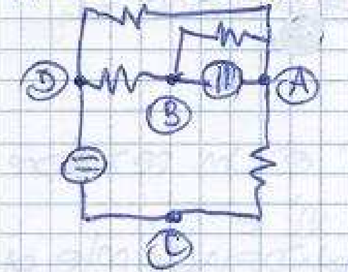
I_{g_i} = somma algebrica delle correnti I_g nei rami del taglio i:

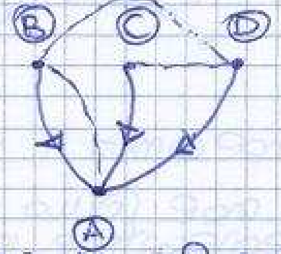
- col segno + se discordi col taglio
- col segno - se concordi col taglio.

METODO dei NODI

Analogamente al metodo delle maglie, c'è una particolare scelta dell'albero che semplifica ulteriormente l'algoritmo di costruzione della matrice [Y].

Questo avviene per particolari circuiti in cui vi sia un nodo direttamente connesso con tutti gli altri.





La scelta dell'albero opportuna va fatta considerando il nodo di riferimento e disegnando dell'albero un ramo che, per ogni nodo, lo connette direttamente al nodo di riferimento stesso.

Questo vuol dire che ovviamente se vi sono + rami che connettono un nodo a quello di riferimento uno solo farà parte dell'albero (x la definizione stessa di albero!!!); il verso dei rami deve puntare verso il nodo di riferimento.

In questo modo avremo che la matrice (Y) è così costituita:

Y_{ii} = somma delle conduttanze direttamente connesse al nodo i (i tagli scelti isolano i vari nodi del circuito, tranne quello di riferimento e pertanto le KCL di tagli sono le KCL di nodi tranne quello fissato).

Y_{ij} = somma delle conduttanze che vanno direttamente dal nodo i al j con segno − (questo fatto è conseguenza dell'orientazione dei rami dell'albero: x ogni taglio il verso positivo è quello uscente e se la corrente entra in un nodo deve uscire dall'altro)

Per il vettore I_q, invece, avremo che

I_{qi} = somma algebrica dei generatori connessi direttamente al nodo i:

- col segno + se la corrente entra nel nodo.
- col segno − se la corrente esce dal nodo.

Ancora una volta ci chiediamo quando questo metodo sia applicabile: dalla definizione di grafo aumentato segue che il metodo dei nodi ha validità generale!!

Se poi aggiungiamo rami a conduttanza nulla fra ogni coppia di nodi non connessi, la scelta dell'albero torna arbitraria e qualsiasi nodo può essere preso come riferimento

Ricordiamo che un grafo in cui ogni coppia di nodi sia connessa direttamente si dice completo.