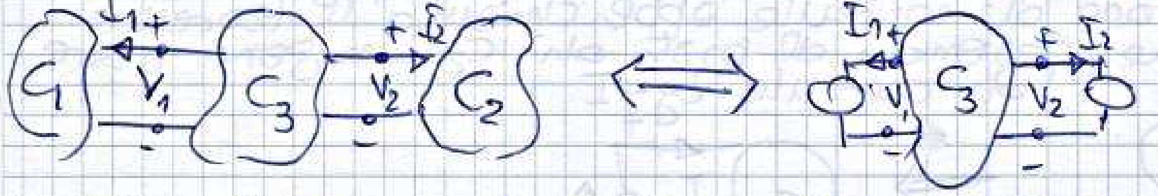
TEOREMA di SOSTITUZIONE PER CIRCUITI 2-PORTE

Dato un circuito accessibile da due porte è possibile sostituire i circuiti connessi alle porte stesse con due generatori indipendenti di tensione o corrente di valore pari alle grandezze di porta durante la connessione.
Nel caso in cui una porta (o entrambe) si comporti come un generatore indipendente allora il circuito ad essa connesso va sostituito con il generatore di tipo opposto.



La dimostrazione è analoga al caso di un circuito accessibile da una porta, a meno x il fatto che l'equazione a cui si arriva è del tipo
$$[a]\begin{bmatrix}V_1\\V_2\end{bmatrix}+[b]\begin{bmatrix}I_1\\I_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}c_1\\c_2\end{bmatrix}$$
con $[a]$, $[b]$ matrici opportune e c_1, c_2 costanti dipendenti dai generatori nelle reti C_1 e C_2.
In modo esteso l'equazione equivale al sistema:
$$\begin{cases} a_{11}V_1+a_{12}V_2+b_{11}I_1+b_{12}I_2=c_1\\ a_{21}V_1+a_{22}V_2+b_{21}I_1+b_{22}I_2=c_2\end{cases}$$
Nel fissare i generatori ci si presentano ovviamente 4 scelte, in ogni caso ci riconduciamo ad un sistema di 2 equazioni in 2 incognite.

Se ad esempio, però, C_3 si comportasse alla prima porta come un generatore di tensione $V_1=V_g$ per poter arrivare ad un sistema risolvibile dovremmo fissare I_1 (con un un generatore di corrente di $I_g=I_1$).
Il teorema è ovviamente generalizzabile al caso N-porte in cui, avendo N bipoli generici, il metodo tableau conduce all'equazione
$$[a]\begin{bmatrix}V_1\\\vdots\\V_n\end{bmatrix}+[b]\begin{bmatrix}I_1\\\vdots\\I_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}c_1\\\vdots\\c_n\end{bmatrix}$$

OSSERVAZIONE SULLA UTILITÀ DEL TEOREMA di SOSTITUZIONE

Notiamo che dovendo conoscere il valore di una delle grandezze di porta e dovendo escludere che l'altro circuito si comporti come un generatore indipendente, il teorema di sostituzione comporta che, a meno di casi particolari, la caratterizzazione di C_1 necessiti dell'analisi tanto di C_1 quanto di C_2.

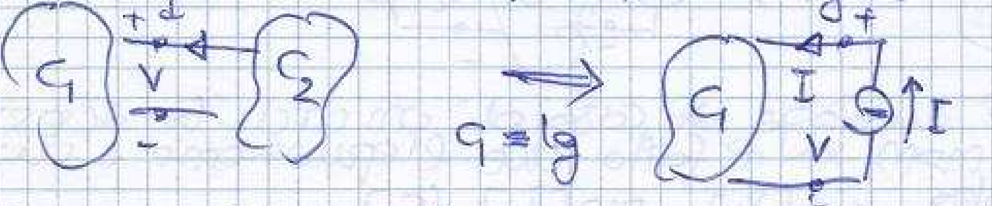
Questo fatto limita l'utilità del teorema di sostituzione al caso in cui una delle grandezze di porta sia nota a priori.

Ancora + limitante è il fatto che C_2 può essere sostituito con i generatori di valore V o I solo quando è connesso a C_1! Pertanto la caratterizzazione di C_2 non è generale, ma il teorema di sostituzione ci sarà utile x dimostrare criteri che permettono di caratterizzare un 2-porte indipendentemente da cosa vi è connesso.

TEOREMI di THEVENIN e NORTON

Vediamo ora come si vede, applicando solo il teorema di sostituzione e il principio di sovrapposizione a delle caratterizzazioni di una rete indipendentemente da cosa vi è connesso.

Thevenin) [$G_1 \neq I_g$] : supponiamo stavolta che G_2, connessa alla rete G_1 che vogliamo studiare, sia una rete generica.
Nella sola ipotesi che G_1 non si comporti come un generatore di corrente applichiamo il teorema di sostituzione, ponendo al posto di G_2 un generatore di corrente $I_g = I$



Volendo calcolare V avremo che essa dipenderà

A) dal generatore esterno I

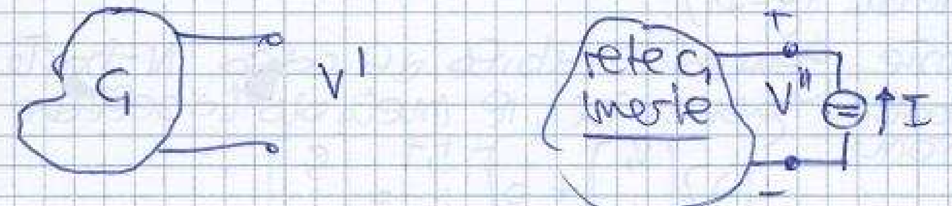
B) dai generatori interni presenti in G_1

Per il principio di sovrapposizione $V = V' + V''$ dove:

V' = tensione in assenza della causa A)

V'' = tensione in assenza delle cause B)

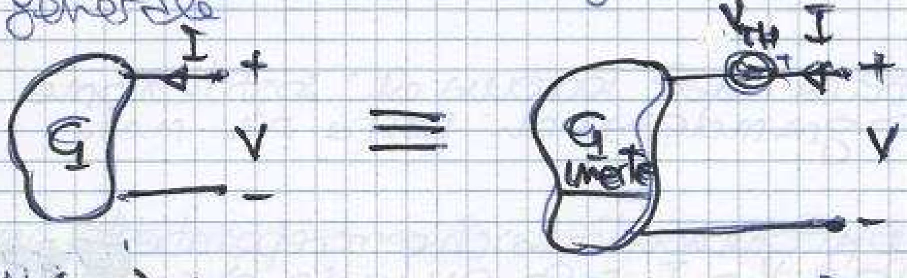
Ricordando che i generatori di tensione non hanno più alcun effetto quando sono sostituiti con un c.c. ed i generatori di corrente sono inerti quando sostituiti con un c.a., avremo che



tensione a vuoto

La tensione V' viene indicata anche con V_{TH} per indicare che è la grandezza che si ha quando alla porta G_1 non è collegato niente

Dovendo valere la relazione $V = V_{TH} + V''$ indipendentemente da G_2 (non abbiamo fatto alcuna ipotesi su tale rete, supposta generica) la seguente equivalenza è del tutto generale



Norton) [$G_1 \neq V_g$] il teorema di Norton è il duale di Thevenin nelle ipotesi che G_1 non si comporti come un generatore di tensione

In questo caso eliminare la causa esterna significa cortocircuitare il generatore di tensione $V_g = V$, ovvero cortocircuitare i