MATRICI di IMPEDENZA a VUOTO e di AMMETTENZA di C.C.

Supponiamo ora di voler calcolare i coefficienti della matrice $[Z] = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}$. Estendendo l'espressione $\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [Z] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$ avremo

$$(*) \begin{cases} V_1 = z_{11} I_1 + z_{12} I_2 \\ V_2 = z_{21} I_1 + z_{22} I_2 \end{cases}$$

questo ci suggerisce un metodo x il calcolo dei coefficienti, infatti se $I_2 = 0 \Rightarrow z_{11} = \frac{V_1}{I_1}$ e $z_{21} = \frac{V_2}{I_1}$ mentre $I_1 = 0 \Rightarrow z_{12} = \frac{V_1}{I_2}$ e $z_{22} = \frac{V_2}{I_2}$

Pertanto il procedimento x determinare $[Z]$ può essere così riassunto:

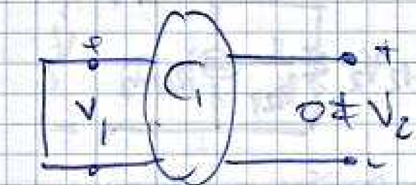
$$\Rightarrow \quad z_{11} = \frac{V_1}{I_1}\bigg|_{I_2=0} \qquad z_{12} = \frac{V_1}{I_2}\bigg|_{I_1=0}$$

$$\Rightarrow \quad z_{21} = \frac{V_2}{I_1}\bigg|_{I_2=0} \qquad z_{22} = \frac{V_2}{I_2}\bigg|_{I_1=0}$$

comprendiamo quindi perché $[Z]$ venga detta matrice di impedenza a vuoto

Allo stesso modo $\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [Y] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 \\ I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 \end{cases} (**)$

$$Y_{11} = \frac{I_1}{V_1}\bigg|_{V_2=0} \qquad Y_{21} = \frac{I_2}{V_1}\bigg|_{V_2=0}$$

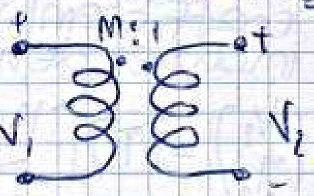


$$Y_{12} = \frac{I_1}{V_2}\bigg|_{V_1=0} \qquad Y_{22} = \frac{I_2}{V_2}\bigg|_{V_1=0}$$

e questo ci fa capire perché $[Y]$ si chiami matrice di ammettenza di corto circuito.

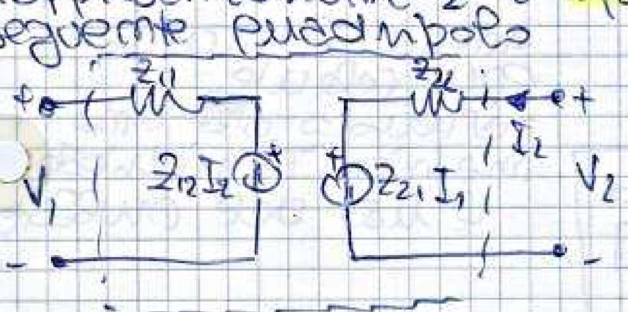
E' importante notare che in generale i due porte non ammettono tutti i tipi di rappresentazione.

Consideriamo ad esempio il trasformatore ideale



le sue equazioni sono $\begin{cases} V_1 = m V_2 \\ I_2 = -m I_1 \end{cases}$ che non permettono di scrivere $\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$ in funzione di $\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$ e viceversa; il trasformatore ideale non ammette le rappresentazioni $[Z]$ ed $[Y]$.

E' interessante inoltre interpretare il sistema (*) come delle KLV con tensioni espresse mediante equaz. costitutive di componenti noti! un qualsiasi 2-porte che ammette la rappresentazione Z è equivalente esternamente al seguente quadripolo



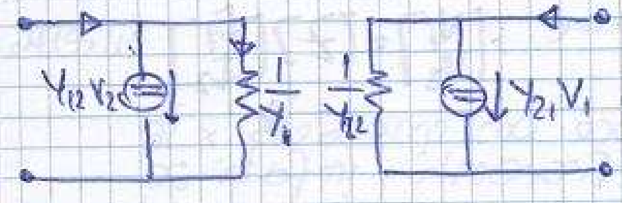
comprendiamo così perché chiamiamo

z_{11} = impedenza della porta 1

z_{12} = impedenza della porta 2

z_{12}, z_{21} = transimpedenze

Analogo discorso se interpretiamo il sistema (**) come delle KLC e ricordiamo le eq. costitutive di componenti noti



quindi definiamo

Y_{11} = ammettenza 1° porta

Y_{22} = ammettenza 2° porta

Y_{12}, Y_{21} = transammettenze

È da notare che le matrici [H] e [G] vengono dette ibride ad esempio x i motivi seguenti:

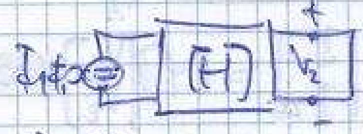
$$\begin{cases} V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2 \\ I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2 \end{cases}$$

- i coefficienti sono dimensionalmente di 3 tipi diversi: Ω, Ω^{-1}, adimensionali
- il loro calcolo parte dalle considerazioni che:

$$h_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0} \qquad h_{12} = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_1=0}$$

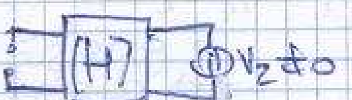
$$h_{21} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{V_2=0} \qquad h_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0}$$

Mentre x calcolare i coefficienti di [Z] ed [Y] erano necessari due soli bipoli (g. corr e c.a per [Z]) ora possiamo calcolare h_{12} e h_{22} col circuito seguente



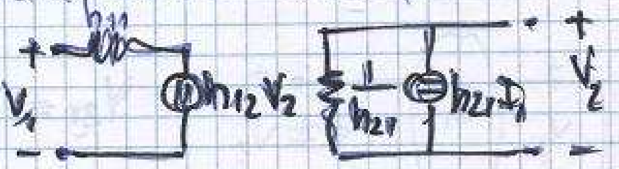
e ricavandoci V_1 ed I_2

mentre h_{12} e h_{22} con la connessione



e ricavandoci V_1 ed I_2 nuovamente.

- la costruzione del circuito equivalente, deve interpretare una KLC ed una KLV, motivo x cui metà del quadripolo sarà analogo al circuito della matrice [Z] e metà sarà simile a quello di [Y]



Nella matrice $[T] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ è interessante notare che il circuito x il calcolo dei coefficienti non è realizzabile con soli generatori indipendenti. Infatti

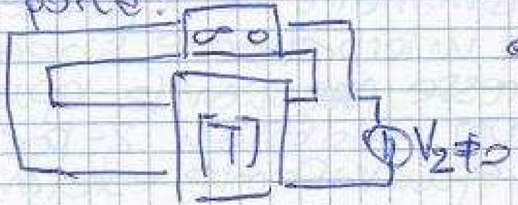
$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = [T] \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = A V_2 - B I_2 \\ I_1 = C V_2 - D I_2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$A = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_2=0} \qquad C = \left.\frac{V_1}{-I_2}\right|_{V_2=0}$$

$$B = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{I_2=0} \qquad D = \left.\frac{I_1}{-I_2}\right|_{V_2=0}$$

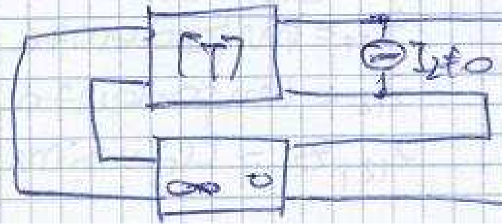
Devo infatti imporre entrambe le grandezze di porta:

- $V_2 \neq 0$, $I_2 = 0$
  V_1, I_1 arbitrari



ottengo A, B conoscendo I_1, V_1

- $I_2 \neq 0$, $V_2 = 0$
  V_1, I_1 arbitrari



Anche il circuito equivalente partendo da una matrice [T] richiede l'uso del nullore.