le equazioni di Eulero sono invece:

$N_0 - N_1 + {}^0r_{c_1} \wedge f_0 - {}^1r_{c_1} \wedge f_1 - I_1 \dot{\omega}_1 = 0$ per il link 1 (r_{c_i} e r_i sono vettori bidimensionali)

$N_1 + {}^1r_{c_2} \wedge f_1 - I_2 \dot{\omega}_2 = 0$ per il giunto 2, in cui si è tenuto conto che $N_2 = 0$, non essendovi attuatori sull'end-effector e considerando l'assenza di contatto col mondo esterno.

In particolare per questo robot abbiamo $N = \tau_1$ ed $N_1 = \tau_2$ perciò eliminando f_1 otteniamo la forma chiusa per il link 1:

$$\begin{cases} \tau_2 = I_2 \dot{\omega}_2 - {}^1r_{c_2} \wedge f_1 \\ f_1 = m_2 \dot{v}_{c_2} - m_2 g \end{cases} \Rightarrow \tau_2 = I_2 \dot{\omega}_2 - {}^1r_{c_2} \wedge m_2 \dot{v}_{c_2} + {}^1r_{c_2} \wedge m_2 g$$

Analogamente eliminando f_1 ed f_0 dall'equazione di Eulero per il link 1 otteniamo

$$\begin{cases} \tau_1 = \tau_2 + {}^0r_{c_1} \wedge f_0 - {}^1r_{c_1} \wedge f_1 - I_1 \dot{\omega}_1 \\ f_0 = f_1 + m_1 \dot{v}_{c_1} - m_1 g = m_2 \dot{v}_{c_2} - m_2 g + m_1 \dot{v}_{c_1} - m_1 g \\ f_1 = m_2 \dot{v}_{c_2} - m_2 g \end{cases} \Downarrow$$

$$\tau_1 = \tau_2 + {}^0r_{c_1} \wedge m_1 \dot{v}_{c_1} + {}^0r_{c_1} \wedge m_2 \dot{v}_{c_2} - r_{c_1} \wedge m_1 g - {}^0r_{c_1} \wedge m_2 g - I_1 \dot{\omega}_1$$

A questo punto scrivendo $\begin{cases} \omega_1 = \dot{\vartheta}_1 \\ \omega_2 = \dot{\vartheta}_1 + \dot{\vartheta}_2 \end{cases}$ e le espressioni per v_{c1} e v_{c2} dall'analisi di velocità, possiamo ricondurci alla forma chiusa del modello dinamico

$$\tau_1 = H_{11} \ddot{\vartheta}_1 + H_{12} \ddot{\vartheta}_2 - h \dot{\vartheta}_2^2 - 2h \dot{\vartheta}_1 \dot{\vartheta}_2 + G_1$$
$$\tau_2 = H_{21} \ddot{\vartheta}_1 + H_{22} \ddot{\vartheta}_2 + h \dot{\vartheta}_1^2 + G_2$$

ovvero

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} \ddot{\vartheta}_1 \\ \ddot{\vartheta}_2 \end{bmatrix} + V(\vartheta, \dot{\vartheta}) + G(\vartheta) \quad \text{dove}$$

$$H = \begin{bmatrix} m_1 \ell_{c_1}^2 + I_1 + m_2 [\ell_1^2 + \ell_{c_2}^2 + 2\ell_1 \ell_{c_2} c\vartheta_2] + I_2 & m_2 \ell_1 \ell_{c_2} c\vartheta_2 + m_2 \ell_{c_2}^2 + I_2 \\ m_2 \ell_1 \ell_{c_2} c\vartheta_2 + m_2 \ell_{c_2}^2 + I_2 = H_{12} & m_2 \ell_{c_2}^2 + I_2 \end{bmatrix}$$

$$V(\vartheta, \dot{\vartheta}) = \begin{bmatrix} -(m_2 \ell_1 \ell_{c_2} s\vartheta_2) \dot{\vartheta}_2^2 - 2(m_2 \ell_1 \ell_{c_2} s\vartheta_2) \dot{\vartheta}_1 \dot{\vartheta}_2 \\ (m_2 \ell_1 \ell_{c_2} s\vartheta_2) \dot{\vartheta}_1^2 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} m_1 \ell_{c_1} g c\vartheta_1 + m_2 g (\ell_{c_2} c\vartheta_{12} + \ell_1 c\vartheta_1) \\ m_2 \ell_{c_2} g c\vartheta_{12} \end{bmatrix}$$