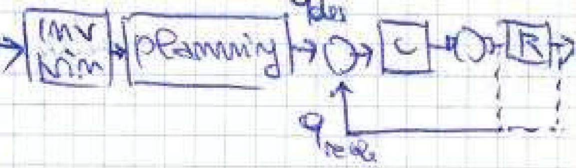
PIANIFICAZIONE DEL MOTO

La pianificazione delle traiettorie è quel processo a monte del controllore che si occupa, in base al compito richiesto al robot, di generare il segnale di riferimento per il controllore in modo che l'end effector segua la traiettoria desiderata.

Possiamo classificare il tipo di pianificatore in base all'uscita che questo produce; distinguiamo allora in:

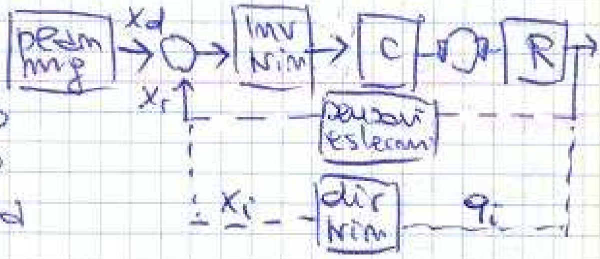
1) pianificazione nello spazio dei giunti, quando a partire dalle posizioni e dagli orientamenti richiesti vengono calcolate le corrispondenti variabili di giunto e quindi queste vengono interpolate per ottenere la traiettoria $q(t)$.



Lo schema che se ne deduce è quello in figura in cui notiamo che il confronto avviene direttamente fra variabili di giunto, perciò ottenere il segnale errore è estremamente semplice.

Resta l'alternativa sul posizionamento dell'encoder: se viene posto sul giunto vero e proprio si ha una misura diretta, mentre se lo si pone sul motore si ha una maggiore risoluzione ma bisogna tener conto di eventuali rapporti di riduzione.

2) pianificazione nello spazio cartesiano: questo metodo è preferibile quando ad esempio si hanno ostacoli da evitare o particolari vincoli, come ad esempio il mantenimento di una certa distanza da punti di singolarità della struttura.



Intuitivamente si potrebbe pensare che questo metodo comporti l'introduzione di sensori esterocettivi per la rilevazione delle coordinate operative. In realtà si può aggirare questo problema introducendo un blocco di retroazione che, conoscendo il modello cinematico diretto, converta le variabili di posizione ed orientamento in variabili di giunto.

Un'altra possibile classificazione del pianificatore può avvenire in base alle informazioni che questo riceve sul percorso che il robot deve seguire:

1) moto punto-punto quando vengono indicati solamente il punto iniziale e il punto finale del percorso desiderato

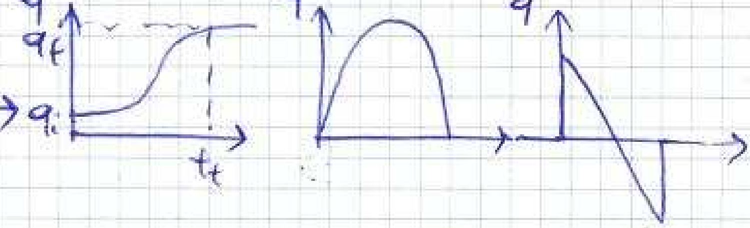
2) moto su percorso assegnato, quando il percorso viene specificato assegnando una sequenza di punti per i quali il robot deve passare (ovviamente senza fermarvisi, altrimenti si potrebbe scomporre il percorso in tanti tratti punto-punto).

PIANIFICAZIONE PUNTO-PUNTO NELLO SPAZIO DEI GIUNTI

Essendo assegnati solo q_i e q_f, ci sono infinite curve che uniscono i due punti in un intervallo (t_0, t_f) assegnato.
Si possono sfruttare tutti questi gradi di libertà impostando problemi di ottimizzazione che minimizzino opportuni indici di qualità. Ecco alcuni esempi:

1° criterio: minimizzazione dell'energia dissipata dal motore.

Se $q \equiv \vartheta$ allora $\dot{q} = \omega$ e l'indice da minimizzare per dissipare meno energia possibile è $\int_0^{t_f} \tau^2(t)\,dt = \int_0^{t_f} (I\dot{\omega})^2 dt = PI$ dove si è tenuto conto che $\tau = I\dot{\omega}$ dove I è il momento d'inerzia del link mosso.
Si tratta quindi di trovare fra tutte le $\omega(t)$ che soddisfano l'equazione
$$\int_0^{t_f} \omega(t)\,dt = \int_0^{t_f} \frac{dq}{dt}\,dt = q_f - q_i$$
quella che minimizza il performance index PI.
Si può dimostrare che la $\omega(t)$ che soddisfa tali condizioni è una parabola
$$\omega(t) = \dot{q}(t) = at^2 + bt + c = 3a_3t^2 + 2a_2t + a_1$$
dove a_3, a_2, a_1 sono i coefficienti della traiettoria cercata:
$$q(t) = a_3t^3 + a_2t^2 + a_1t + a_0$$
La presenza di 4 coefficienti consente, oltre all'imposizione di q_i $(=a_0)$ e q_f anche di $\dot{q}_i$ e $\dot{q}_f$ che è bene annullare per avere i transitori graduali. Si tratta quindi di risolvere il seguente sistema lineare:
$$\begin{cases} a_0 = q_i \\ a_1 = \dot{q}_i = 0 \\ a_3t_f^3 + a_2t_f^2 + a_1t_f + a_0 = q_f \\ 3a_3t_f^2 + 2a_2t_f + a_1 = \dot{q}_f = 0 \end{cases} \rightarrow$$



I coefficienti così determinati, però, danno luogo ad una accelerazione $\ddot{q}(t) = 6a_3t + 2a_2$
che non si annulla in corrispondenza di t_i e t_f, ma presenta un gradino come indicato in figura

2° criterio: annullamento di $\dot{q}$ e $\ddot{q}$ per t_i e t_f

I picchi di accelerazione corrispondono a degli impulsi di forza, equiparabili a degli urti; per la nota proprietà della δ di Dirac di eccitare tutti i modi naturali del sistema anche quelli alle frequenze di risonanza, il moto sopra pianificato può condurre a vibrazioni fastidiose.

Nelle applicazioni in cui ciò non sia tollerabile, si può rinunciare alla minimizzazione dell'energia e scegliere una legge di 5° grado:
$$q(t) = a_5t^5 + a_4t^4 + a_3t^3 + a_2t^2 + a_1t + a_0$$
che disponendo di 6 coefficienti ci permette di annullare anche $\ddot{q}_i$ e $\ddot{q}_f$

$$\begin{cases} a_0 = q_i \\ a_1 = \dot{q}_i = 0 \\ 2a_2 = \ddot{q}_i = 0 \\ a_5t_f^5 + a_4t_f^4 + a_3t_f^3 + a_2t_f^2 + a_1t_f + a_0 = q_f \\ 5a_5t_f^4 + 4a_4t_f^3 + 3a_3t_f^2 + 2a_2t_f + a_1 = \dot{q}_f \\ 20a_5t_f^3 + 12a_4t_f^2 + 6a_3t_f + 2a_2 = \ddot{q}_f = 0 \end{cases}$$