3° criterio: profilo di velocità trapezoidale

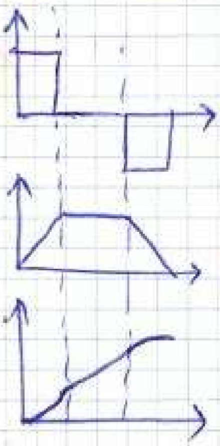
è un metodo che permette di combinare i vantaggi di entrambe le tecniche precedenti:

- rispetto alla prima tecnica l'indice di qualità $\int_0^{t_f} \tau^2(t)\,dt$ aumenta solo del 12,5%.

- permette di scegliere $\ddot{q}_c$ al di sopra di un limite inferiore; vedremo che si deve avere $$|\ddot{q}_c| \geq \frac{4|q_f - q_i|}{t_f^2} \quad (*)$$

Se il limite inferiore non è troppo grande è possibile scegliere $\ddot{q}_c$ in modo che le ampiezze dei gradini iniziale e finale siano limitate; si eccitano ugualmente tutte le frequenze della struttura ma si limitano le entità delle vibrazioni.

Se le vibrazioni risultassero intollerabili è comunque sempre possibile diminuire il lower bound della (*) aumentando t_f.



Vediamo come si ricava la legge $q(t)$ per integrazione della $\ddot{q}$

1) il primo tratto è uniformemente accelerato quindi
$$q(t) = q_i + \frac{1}{2}\ddot{q}_c t^2 \quad \text{per } t \in (0, t_c)$$

2) raggiunta una velocità di crociera $\ddot{q}_c t_c$, questa viene mantenuta fino a $t_f - t_c$
$$q(t) = (q_i + \frac{1}{2}\ddot{q}_c t_c^2) + \ddot{q}_c t_c (t - t_c) = q_i + \ddot{q}_c t_c (t - t_c/2)$$

3) il terzo tratto è decelerato uniformemente fino a raggiungere q_f
$$q(t) = q_f - \frac{1}{2}\ddot{q}_c (t_f - t)^2 \quad \text{per } t \in (t_f - t_c, t_f)$$

D'altro canto se consideriamo la decelerazione a partire dalla velocità $\ddot{q}_c t_c$ e dalla "posizione" $q(t_f - t_c) = q_i + \ddot{q}_c t_c (t_f - \frac{3t_c}{2})$ avremo:

$$q(t) = q_i + \ddot{q}_c t_c (t_f - \frac{3}{2} t_c) + \ddot{q}_c t_c (t - t_f + t_c) - \frac{1}{2}\ddot{q}_c (t - t_f + t_c)^2 =$$
$$= q_i + \ddot{q}_c t\, t_f + \ddot{q}_c t_c t_f - \ddot{q}_c t_c^2 - \frac{1}{2}\ddot{q}_c t^2 - \frac{1}{2}\ddot{q}_c t_f^2$$

ovviamente le due espressioni nell'ultimo tratto devono coincidere, quindi:

$$q_i + \cancel{\ddot{q}_c t\, t_f} + \ddot{q}_c t_c t_f - \ddot{q}_c t_c^2 - \cancel{\frac{1}{2}\ddot{q}_c t^2} - \cancel{\frac{1}{2}\ddot{q}_c t_f^2} = q_f - \cancel{\frac{1}{2}\ddot{q}_c t_f^2} - \cancel{\frac{1}{2}\ddot{q}_c t^2} + \cancel{\ddot{q}_c t_f t}$$

Perveniamo quindi all'equazione di 2° grado in t_c

$$\ddot{q}_c t_c^2 - \ddot{q}_c t_f t_c + q_f - q_i = 0$$ dalla quale si ricavano:

1) il valore del tempo di commutazione perché effettivamente la transizione fra q_f e q_i avvenga nel tempo t_f:
$$t_c = \frac{t_f}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\Delta} \quad \text{dove} \quad \Delta = \frac{t_f^2 \ddot{q}_c - 4(q_f - q_i)}{\ddot{q}_c} = t_f^2 - 4(q_f - q_i)/\ddot{q}_c$$

2) la (*) che si ottiene evidentemente imponendo $\Delta > 0$

PIANIFICAZIONE CON PERCORSO ASSEGNATO NELLO SPAZIO DEI GIUNTI

La sequenza di punti viene fornita al robot quando questo deve compiere compiti molto complessi, come ad esempio evitare ostacoli o eseguire lavorazioni con uno stretto raggio di curvatura (i punti di percorso saranno quindi molto fitti nei pressi dell'ostacolo, o della curva, e andranno poi diradandosi lontano da esso).

Per un insieme di N punti di percorso si potrebbe pensare di descrivere q(t) con un solo polinomio:

- di grado N-1 per passare semplicemente in tutti i punti
- di grado N+1 per passare nei punti e assegnare anche $\dot{q}_i$ e $\dot{q}_f$

Tuttavia all'aumentare del grado aumentano alcuni svantaggi:

- le oscillazioni del polinomio e quindi potremmo trovarci con traiettorie "innaturali" rispetto a quelle che si potrebbero prevedere in fase di assegnazione dei punti
- gli errori numerici commessi nel calcolo del polinomio
- le dimensioni del sistema da risolvere e quindi i tempi di calcolo

Inoltre i coefficienti del polinomio e i punti assegnati sono strettamente collegati: spostando anche di poco un solo punto del percorso bisognerebbe ricalcolare tutta la q(t).

Per questo si preferisce ricorrere, anziché ad un solo polinomio di grado elevato, a tanti polinomi di grado inferiore che possano raccordare a 2 a 2 i punti di percorso (quindi N-1 polinomi)

Con N-1 polinomi cubici possiamo, oltre che soddisfare i vincoli di passaggio per i punti di percorso, anche assegnare le velocità in tali punti con il metodo visto in precedenza e soddisfare quindi anche eventuali specifiche sulla velocità da parte dell'utente.

Notiamo infine che gli N-1 sistemi lineari 4x4 si risolvono autonomamente e che la rimozione o lo spostamento di un punto del percorso necessitano la reimpostazione di 2 soli sistemi relativi al tratto precedente e a quello successivo il punto modificato.