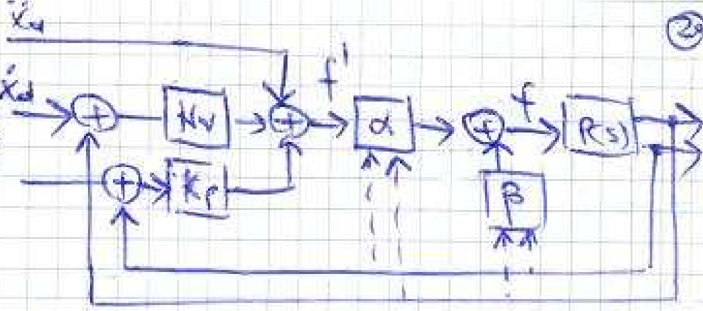
Sostituendo a questo punto il nuovo processo di ingresso f' nel servosistema di costanti k_p e k_v si perviene alla stessa e.d. dell'errore vista nel caso precedente:



$$\begin{cases} f' = \ddot{x} \\ f' = \ddot{x}_d + k_v(\dot{x}_d - \dot{x}) + k_p(x_d - x) \end{cases}$$

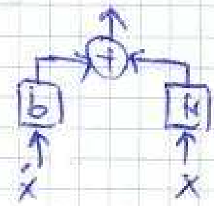
$$\Downarrow$$

$$(\ddot{x}_d - \ddot{x}) + k_v(\dot{x}_d - \dot{x}) + k_p(x_d - x) = 0$$

$$\ddot{e} + k_v\dot{e} + k_p e = 0$$

Nel nostro caso

$\boxed{\alpha} = \boxed{m}$ $\boxed{\beta} =$



CONTROLLO DI SISTEMI NON LINEARI

La tecnica appena illustrata non pone alcun vincolo di linearità per $P(s)$. Se ad esempio il nostro sistema presenta una molla non lineare, in modo che $f = m\ddot{x} + b\dot{x} + qx^3$

è sufficiente sostituire in β il termine $b\dot{x} + qx^3$ per continuare a vedere, a monte dell'ingresso f', un doppio integratore $P(s) = \frac{1}{s^2}$

Attraverso una reazione non lineare si provvede quindi

1) a linearizzare il processo da controllare; si tratta di una linearizzazione "globale", diversa cioè da quella locale attorno ad un punto di equilibrio.

Intuitivamente, infatti, comprendiamo come un robot sia un sistema non lineare che compie ampi movimenti e la linearizzazione attorno ad un punto di equilibrio non sarebbe praticabile.

2) a cancellare la dinamica originaria del processo per sostituire un "processo fittizio" $P(s) = 1/s^2$; si tratta quindi di un passaggio molto delicato: sappiamo infatti che se nella dinamica cancellata vi sono poli instabili il sistema complessivo risulterà instabile

CONTROLLO A DINAMICA INVERSA DI UN ROBOT

Particolarizzando lo schema precedente al caso di un robot va innanzitutto sottolineato che si tratta di un sistema **MIMO**: il vettore degli ingressi sono le coppie $\tau = \tau_1 \dots \tau_n$ ai giunti mentre le uscite sono le posizioni e le velocità $\theta, \dot{\theta}$.

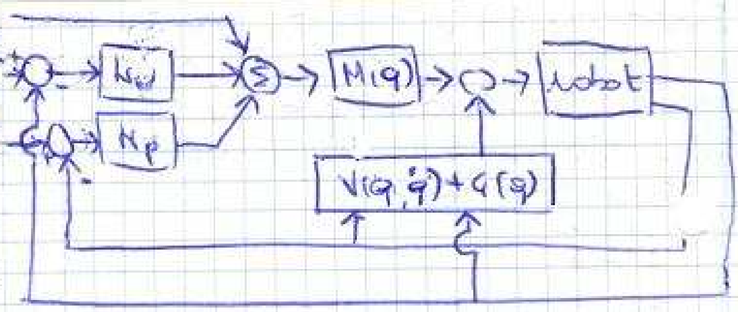
La legge $f = \alpha f' + \beta$ viene quindi sostituita dalla seguente:

$\tau = \alpha\tau' + \beta$ dove α e β sono matrici: se α è diagonale si ha, oltre alla linearizzazione, il disaccoppiamento del sistema, per cui ciascun giunto può essere controllato indipendentemente.

Nel nostro caso il modello dinamico del processo da controllare è $\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + V(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta)$

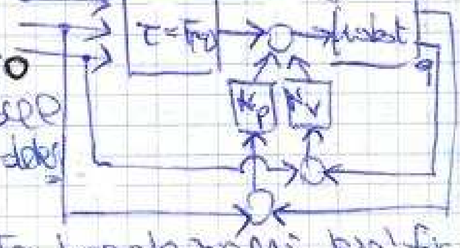
quindi $\begin{cases} \alpha = M(\theta) \\ \beta = V(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta). \end{cases}$

Lo schema corrispondente è indicato in figura: se si conoscono i poli attriti e gli altri effetti dovuti alla non rigidezza dei giunti e link è bene includerne il modello in β attraverso un termine aggiuntivo $F(q, \dot{q})$.



In caso contrario tali non idealità vanno a peggiorare le prestazioni del robot, aggiungendosi all'imprecisione nella conoscenza dei parametri del modello.
Tutti questi inconvenienti possono essere modellati come una coppia di disturbo τ_D che entra nel sistema sommandosi all'ingresso effettivo τ.

CONTROLLO MODEL-BASED SENZA DISACCOPPIAMENTO



Nello schema a dinamica inversa, il modello del manipolatore è nel ramo di reazione e quindi determina il tempo di campionamento dell'uscita.
Se non si dispone quindi di un calcolatore ad alte prestazioni, può far perdere importanti campioni dell'uscita e deve essere abbandonato.
Si può allora ricorrere ad uno schema in cui il modello sta sul ramo diretto e non rallenta le operazioni di campionamento delle uscite e generazione dell'errore, che avvengono su un anello di retroazione interno.

Lo svantaggio di questo approccio è che non disaccoppia il controllo fra i vari giunti; la dinamica del vettore errore è infatti descritta dalla equazione:

$$\ddot{E} + M^{-1}(q) K_v \dot{E} + M^{-1}(q) K_p E = 0$$

e ciascuna componente è influenzata dalla posizione q degli altri giunti.
Si tratta quindi di controllare n sistemi tempo-invarianti, i cui poli cioè si spostano sul piano di Gauss in base alle configurazioni degli altri giunti: i guadagni K_p e K_v possono essere scelti in modo da cambiare con questi spostamenti o fissati in modo da raggiungere un compromesso fra le prestazioni nelle varie posizioni [illegible] assumibili del robot (controllo robusto).