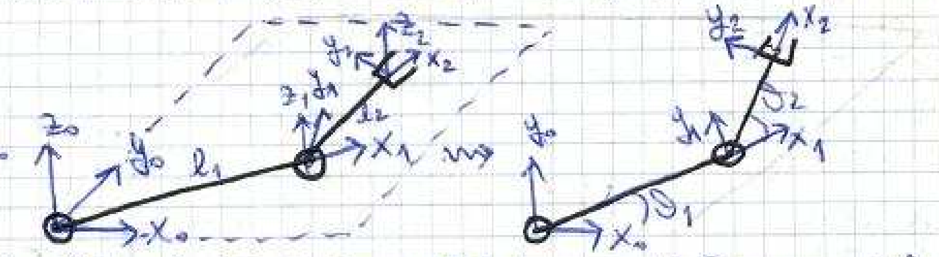
PARAMETRI di DENAVIT-HARTEMBERG PER ALCUNE STRUTTURE TIPICHE

1) ROBOT 2R



- scelta della terna zero: l'unico vincolo è che z_0 deve stare sull'asse del giunto 1, quindi scegliamo il riferimento in modo che (x_0, y_0) generino il piano di lavoro del robot.
- scelta della terna 1

anche z_1 è diretto normalmente al piano del robot, quindi non esiste una sola normale comune a z_0 e z_1: questo ci permette di prendere l'origine O_1 sul piano di lavoro del robot.

La normale comune è quindi proprio la retta che contiene il link 1: x_1 è quindi proprio il "prolungamento" del link 1; y_1 viene preso normale al link 1.

- scelta terna 2: essendo sull'end-effector possiamo fissare arbitrariamente z_2 e la scelta conveniente è prendere $z_2 // z_1 // z_0$ in modo che valgano x gli altri elementi della terna 2 tutti i ragionamenti visti per la terna 1
- determinazione dei parametri di Denavit-Hartemberg
  - le distanze delle origini sono proprio $a_1 = l_1$ e $a_2 = l_2$
  - avendo scelto gli assi $z_0 // z_1 // z_2$ si ha $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$
  - tutte le origini sono sul piano di lavoro, quindi $d_1 = d_2 = 0$
  - l'angolo fra x_1 e x_0 è ϑ_1 indicato in figura, quello fra x_2 e x_1 è ϑ_2 indicato in figura

Le due matrici di trasformazione sono quindi

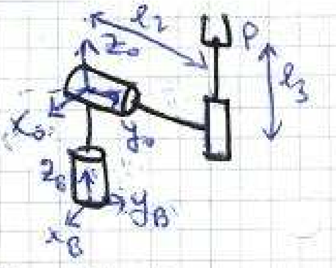
$$ {}^0_1T = \left[\begin{array}{ccc|c} c\vartheta_1 & -s\vartheta_1 & 0 & l_1 c\vartheta_1 \\ s\vartheta_1 & c\vartheta_1 & 0 & l_1 s\vartheta_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \qquad {}^1_2T = \left[\begin{array}{ccc|c} c\vartheta_2 & -s\vartheta_2 & 0 & l_2 c\vartheta_2 \\ s\vartheta_2 & c\vartheta_2 & 0 & l_2 s\vartheta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \quad \text{perciò} $$

$$ {}^0_2T = {}^0_1T\,{}^1_2T = \left[\begin{array}{ccc|c} c\vartheta_1 c\vartheta_2 - s\vartheta_1 s\vartheta_2 & -c\vartheta_1 s\vartheta_2 - s\vartheta_1 c\vartheta_2 & 0 & c\vartheta_1 c\vartheta_2 l_2 - l_2 s\vartheta_1 s\vartheta_2 + l_1 c\vartheta_1 \\ +s\vartheta_1 c\vartheta_2 + c\vartheta_1 s\vartheta_2 & -s\vartheta_1 s\vartheta_2 + c\vartheta_1 c\vartheta_2 & 0 & s\vartheta_1 c\vartheta_2 l_2 + c\vartheta_1 s\vartheta_2 l_2 + l_1 s\vartheta_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] $$

$$ = \left[\begin{array}{ccc|c} c\vartheta_{12} & -s\vartheta_{12} & 0 & l_1 c\vartheta_1 + l_2 c\vartheta_{12} \\ s\vartheta_{12} & c\vartheta_{12} & 0 & l_1 s\vartheta_1 + l_2 s\vartheta_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] $$

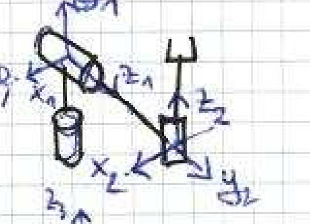
che è la stessa matrice trovata col metodo diretto, se non fosse che con le convenzioni di Denavit-Hartemberg la terna $\hat{n}, \hat{s}, \hat{a}$ andrebbe ordinata come $\hat{a} (\equiv x_2), \hat{s} (\equiv y_2), \hat{n} (\equiv z_2)$

2) MANIPOLATORE SFERICO (STANFORD - POLSO SFERICO)

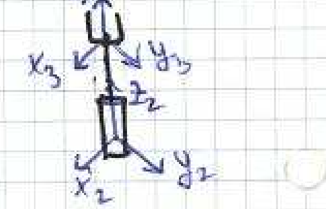


Iniziamo col fissare la terna solidale al 2° giunto rotoidale: possiamo sempre ricondurci alla terna base x_B, y_B, z_B con una traslazione di d_1 lungo l'asse z_B.

La terna 1 avrà z_1 coincidente con y_0, perciò l'origine è nell'intersezione dei due assi; x_1 è sulla retta normale al piano z_0, z_1 passante per O_1: il verso non è definito essendo il giunto 0 ortogonale a tale retta.



Anche l'asse z_2 e l'asse z_1 si intersecano, quindi O_2 è determinata univocamente dall'intersezione; il verso di x_2 sulla retta $\perp$ al piano z_1, z_2 è invece arbitrario, per cui scegliamo quello indicato.

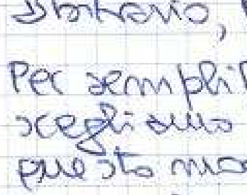


Per semplificare la matrice di trasformazione scegliamo infine l'asse z_3 coincidente con z_2: in questo modo non è univocamente definita la normale comune a z_2, z_3 e possiamo scegliere O_3 sull'end effector e $x_3 \equiv x_2$: in questo modo la matrice di trasformazione da 2 a 3 sarà di pura traslazione.

Parametri di Denavit-Hartenberg

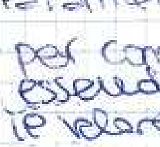
per come abbiamo scelto O_1 avremo $O_1 = O_1' = O_0 \Rightarrow a_1 = 0 = d_1$; essendo x_0 ed x_1 coincidenti avremo $\vartheta_1^* = 0$ (ϑ_1 è una variabile ma ϑ_1^* è il valore nella configurazione indicata); infine $\alpha_1 = -90$ perché per sovrapporre z_0 a z_1 dobbiamo ruotare di 90° in senso orario (il verso positivo è quello antiorario).

2)



essendo la normale comune a z_1 e z_2 individuata da x_2 e poiché x_2 si interseca con z_1 proprio in O_2 si ha $O_2 \equiv O_2'$ quindi $a_2 = 0$ e $d_2 = l_2$.
Ancora una volta x_2 e x_1 sono paralleli quindi $\vartheta_2^* = 0$. ($\vartheta_2 = \vartheta_2 + 0$)
Per sovrapporre z_1 a z_2 bisogna invece ruotare di 90° in senso antiorario, quindi $\alpha_2 = 90°$.

3)



tutti gli assi delle due terne sono paralleli quindi $\alpha_3 = \vartheta_3 = 0$; l'intersezione fra x_3 (normale comune) e z_2 è proprio O_3 quindi anche in questo caso $O_3 \equiv O_3' \Rightarrow a_3 = 0$, $d_3 = l_3$

Riassumendo

i	α_i	ϑ_i	a_i	d_i
1	-90	ϑ_1	0	0^*
2	90	ϑ_2	0	l_2
3	0	0	0	d_3

La matrice di trasformazione dalla terna 3 alla terna zero sarà quindi data dal prodotto delle seguenti matrici:

$$
{}^0_1T = \left[\begin{array}{ccc|c} c\vartheta_1 & 0 & -s\vartheta_1 & 0 \\ s\vartheta_1 & 0 & c\vartheta_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]
$$

notare che la componente traslatoria è nulla perché le origini coincidono.

$$
{}^1_2T = \left[\begin{array}{ccc|c} c\vartheta_2 & 0 & s\vartheta_2 & 0 \\ s\vartheta_2 & 0 & -c\vartheta_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_2 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \qquad {}^2_3T = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]
$$

da cui

$$
{}^0_3T = {}^0_1T\,{}^1_2T\,{}^2_3T = \left[\begin{array}{ccc|c} c_1c_2 & -s_1 & c_1s_2 & d_3c_1s_2 - l_2s_1 \\ s_1c_2 & c_1 & s_1s_2 & d_3s_1s_2 + l_2c_1 \\ -s_2 & 0 & c_2 & d_3c_2 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]
$$

* è l_1 se prendo $S^0 \equiv S_B$