

PROBLEMA CINEMATICO INVERSO (DI POSIZIONE)

Ripartendo dalla soluzione del problema cinematico diretto

$$T({}^0P_{morg}, {}^0M, {}^0S, {}^0A) = {}^0_m T(q_1 \dots q_m) \quad \text{Possiamo chiederci quali valori delle variabili di punto q, permutando l'ordine delle variabili del manipolatore.}$$

Tempo di attesa una posizione ed un orientamento prefissati per l'organo terminale del manipolatore.

Tale questione costituisce il problema cinematico inverso.

Poiché solitamente si chiede al robot di seguire una certa successione di posizioni ed orientamenti nello spazio, è estremamente difficile interpolare una successione di matrici di rotazione

$$[{}^0M; {}^0S; {}^0A]$$

che siano in ogni istante ortonormali, e non dissociando tre parametri minimi e una grande ed matrice secondaria formata di pag 2.

Per questo il primo membro della (*) è solitamente funzione di

$${}^0P_{morg}, \alpha, \beta, \gamma \text{ e l'equazione diventa } T(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma) = T(q_1 \dots q_m)$$

il problema cinematico diretto consiste quindi nel trovare il vettore delle coordinate esterne o dello spazio di lavoro

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix}$$

a partire dalle coordinate interne o dello spazio dei giunti

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_m \end{bmatrix}$$

Si tratta quindi di un'applicazione non lineare $X = \phi(Q)$ che è comunque si esprime in forma chiusa ed ammette quindi una ed una sola soluzione.

Per risolvere il problema cinematico inverso si tratta quindi di invertire tale applicazione non lineare $Q = \phi^{-1}(X)$ e cioè di risolvere sistemi di equazioni non lineari.

Questo porta a diversi aspetti problematici:

- l'applicazione ϕ^{-1} non è esprimibile in forma chiusa (esplicita) se non per casi particolari
- possono esistere diverse soluzioni e quindi si pone il problema di scegliere quella più conveniente; questa procedura viene detta **analisi delle configurazioni**.
- si possono avere infinite soluzioni, come nel caso di manipolatore ridondante (dim spazio di lavoro = m < n dim spazio dei giunti).
- la soluzione può anche non esistere

ASPETTI CRITICI DELL'ANALISI CINEMATICA INVERSA

Veicolo o armel dell'aggio e problematiche citate nel paragrafo precedente

1) ESISTENZA DELLA SOLUZIONE

Questo problema è strettamente legato alla suddivisione dello spazio di lavoro in:

- spazio di lavoro destro o secondario, che è l'insieme di punti in cui il manipolatore può arrivare con un orientamento qualsiasi.
- spazio di lavoro primario o raggiungibile, che è l'insieme dei punti raggiungibili con almeno un orientamento.

La figura a lato illustra la relazione invariante. La presenza di due spazi è la risposta al problema dell'orientamento.



Esemplicità della questione riferendosi ad un robot 2R con $P_1 = P_2 = P$:

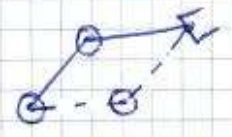
- lo spazio primario è la circonferenza del piano di appoggio e infatti non è possibile di chiedere al robot 2R di posizionarsi in un punto con punto $\neq 0$.
- lo spazio destro o secondario è la zona omogenea nella quale è possibile arrivare con qualsiasi orientamento variando θ_1 e fissando $\theta_2 = \pi$.

2) SOLUZIONI MULTIPLE E INFINITE

Una possibile soluzione per ampliare lo spazio secondario del manipolatore 2R potrebbe essere quella di introdurre un terzo link ed un terzo punto rotazionale: avremmo così $m=2$ ed $n=3$ ed il robot è ridondante esistono cioè infinite linee D_1, D_2, D_3 che permettono di raggiungere lo stesso punto con lo stesso orientamento.

Se invece $m=n$ il robot non è ridondante ma può comunque ammettere diverse soluzioni per il problema cinematico inverso.

Si può avere un robot 2R nella configurazione in figura o il robot 6R che ammette fino a 16 soluzioni possibili.



In entrambi i casi è richiesta al sistema di controllo una **intelligenza** aggiuntiva:

- nel caso di infinite soluzioni si tratta di risolvere un **problema di ottimizzazione**, basato su criteri di efficienza che permettano di compiere rotazioni minime sugli attuatori.
- nel caso di soluzioni multiple si tratta comunque di un **procedimento di scelta** basato su criteri minimi: nel definire la meccanica si possono introdurre ad esempio dei pesi per favorire le mosse degli attuatori + piccoli a scapito di quelli + potenti.

Questi algoritmi devono comunque tenere presenti:

- i vincoli alla mobilità dei giunti.
- i vincoli introdotti dalla presenza di eventuali ostacoli.