Fa intuitivo come eventuali punti di equilibrio non possono che trovarsi sull'asse x_2, dato che x_1 è la velocità della massa e non si vede come possa e rimanere costante se non si ha $\ell = 0$.

Ovviamente possiamo anche parlare di uscite di equilibrio:

$y \in Y$ è di equilibrio in tempo finito se $\forall t_1, t_2 \in T \ \exists x \in X$, $\exists u(\cdot) \in \Omega$ t.c. $\eta(t, \varphi(t, t_1, x, u(t))) = y \ \forall t \in [t_1, t_2]$

$y \in Y$ è uscita di equilibrio in tempo infinito se $\forall \tau \in T$ $\exists x \in X, \exists u(\cdot) \in \Omega$ t.c. $\eta(t, \varphi(t, \tau, x, u(t))) = y \ \forall t \geq \tau$

Va detto che il sistema massa-molla appartiene ad una opportuna classe di sistemi per cui vi è una relazione fra stati di equilibrio ed uscite di equilibrio, ma che questo dato non è di validità generale.

ESEMPLIFICAZIONE di NUOVE PROBLEMATICHE SU AUTOMI

Abbiamo già dato la definizione di punto di equilibrio, ora introdurremo nuove problematiche come l'osservabilità, la connessione e la rappresentazione esterna riferendoci ad una particolare classe di sistemi + semplice da studiare: gli automi.

(Anticipando che un sistema è invariante se nel suo studio non dobbiamo preoccuparci della collocazione temporale dello studio stesso) diciamo che

Un automa è un sistema dinamico discreto, invariante, in cui U e Y sono insiemi finiti. Se anche X è finito l'automa si dice finito.

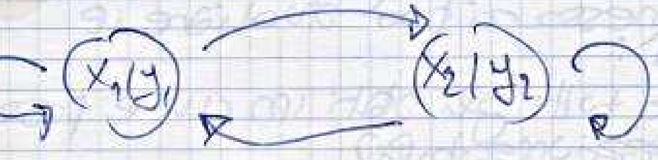
(Noi ci riferiremo sempre ad automi finiti e ci limiteremo a chiamarli automi)

φ e η sono quindi rappresentabili mediante tabelle ed entrambe le tabelle possono essere sostituite da un grafo i cui nodi sono gli stati del sistema e ciascun arco è etichettato con un valore dell'ingresso ed indica la transizione di stato.

φ	u_1	u_2	...
x_1	x_2	x_1	...
x_2	x_1	x_2	...
...	...	...	

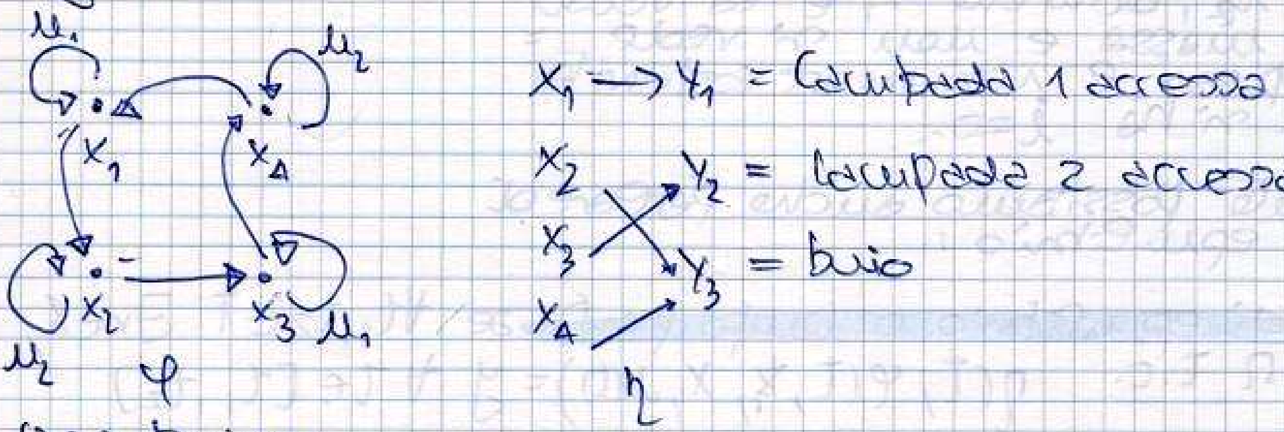
η	u_1	u_2	...
x_1	y_1	y_2	
x_2	y_2	y_2	

A seconda che l'automa sia proprio (macchina di Moore) o che sia improprio (macchina di Mealy) le uscite vengono indicate rispettivamente sui nodi o sugli archi.



Grafo di una macchina di Moore.

L'esempio di automa cui faremo riferimento è il seguente sistema di illuminazione:



Una prima interessante applicazione può essere trovata nell'individuazione degli elementi della definizione

$T = \mathbb{Z}$

$U = \{u_1, u_2\}$

$\Omega = \{\text{sequenze } u_1, u_2\}$

$Y = \{y_1, y_2, y_3\}$

$\Gamma = \{\text{sequenze di simboli } y_1, y_2, y_3\}$

$X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$

φ = descritta dal grafo

η = descritta dal grafo

L'unica questione che finora abbiamo formalizzato è quella dell'equilibrio.

E' evidente che ciascuno stato è di equilibrio tanto in tempo finito quanto in tempo infinito

La funzione $u(\cdot)$ della definizione di punto di equilibrio è una sequenza di simboli tutti uguali pari all'elemento di U indicato nell'autoanello relativo allo stato considerato.

Altre questioni che nell'esempio si studiano bene sono

CONNESSIONE e OSSERVABILITA'

Un sistema si dice connesso se è possibile trasferirlo da uno stato qualsiasi ad un qualsiasi altro in tempo finito agendo opportunamente sull'ingresso.

Quando un sistema non è connesso si può studiare il problema della raggiungibilità:
assegnato uno stato determinare tutti gli stati in cui è possibile trasferire il sistema (stati raggiungibili)