Diciamo invece che un sistema è osservabile se, conoscendo $u_{[\tau,t)}$ e $y_{[\tau,t)}$ è possibile determinare $x(\tau)$

Relativamente all'esempio, una possibile questione che riguarda osservabilità e punto di equilibrio potrebbe essere la seguente:

conoscendo $y(t)$ determinare una sequenza che porti lo stato in x_4 e che ve lo mantenga.

Notiamo che ad alla conoscenza di $y(0)$ non è sufficiente a garantirci di conoscere comunque lo stato in cui ci troviamo, infatti

$y(0)=Y_1 \Rightarrow X(0)=X_3$

$y(0)=Y_2 \Rightarrow X(0)=X_3$

mentre

$y(0)=y_3 \rightarrow X(0)=X_2$
$\searrow X(0)=X_4$

questo non vuol dire che il sistema non sia osservabile: nella definizione, infatti lo stato $x(\tau)$ deve poter essere determinato mediante l'osservazione di $y(\cdot)$ dovuta ad $u(\cdot)$ in un intervallo $[\tau,t)$

se quindi $y(0)=Y_3$ forniamo in ingresso u_1 ed osserviamo $y(1)$

$u(1)=u_1 \nearrow y(1)=y_1 \Rightarrow X(1)=X_1$ e $X(0)=X_4$
$\searrow y(1)=Y_2 \Rightarrow X(1)=X_3$ e $X(0)=X_2$

Nell'esempio citato, pertanto, è possibile conoscere $x(\tau)$ osservando $y_{[\tau,\tau+1]}$ e $u_{[\tau,\tau+1]}$ e il sistema è pertanto osservabile.

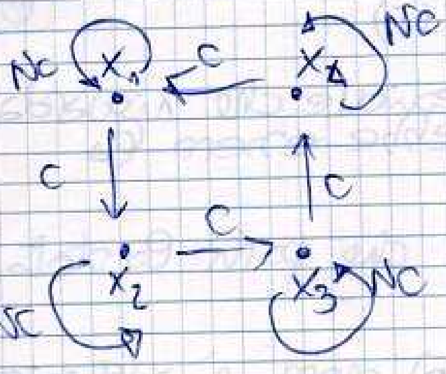
Ovviamente in casi meno banali di questo la osservabilità richiede opportuni strumenti matematici.

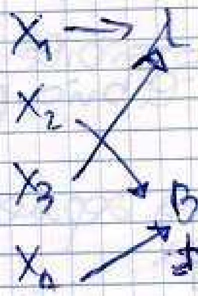
NON OSSERVABILITÀ e STATI INDISTINGUIBILI

Un esempio molto interessante di come lo stesso ente fisico può essere rappresentato da modelli diversi (e quindi con proprietà strutturali molto differenti) a seconda delle grandezze a cui siamo interessati si ottiene prendendo lo stesso sistema di illuminazione ma ponendo il nostro interesse

- sul fatto che la stanza sia illuminata o al buio $(Y=\{L,B\})$
- sul fatto che l'interruttore commuti o meno $(U=\{C,NC\})$

automa che ne deriva è il seguente





NB il livello di informazione contenuto in questo modello è inferiore a quello del precedente

$\Downarrow$

questo modello è ancora adatto a rappresentare il sistema di illuminazione visto in quanto "+ generale" del modello precedente

se ora diciamo che $y(0) = B$ e vogliamo conoscere $x(0)$ non possiamo trovare alcuna sequenza di $\{C, NC, C \ldots\}$ che ci permetta di stabilire se $x(0) = x_2$ oppure $x_2(0) = x_4$: diciamo che i due stati sono indistinguibili.

A titolo informativo ne diamo la def. rigorosa:

Due stati x' e x'' si dicono indistinguibili (o equivalenti) all'istante τ se per tutte le funzioni $u(\cdot)$ in Ω si ha $\eta(\cdot, \varphi(\cdot, \tau, x', u(\cdot))) = \eta(\cdot, \varphi(\cdot, \tau, x'', u(\cdot)))$

RAPPRESENTAZIONE ESTERNA o INGRESSO-USCITA

Una rappresentazione del sistema (che di solito è il passo precedente alla costruzione del modello matematico) che non fa uso delle variabili di stato è quella esterna.

Se immaginiamo di poter fornire al nostro sistema di illuminazione tutte le possibili sequenze $(\ldots, u_1, u_2, u_1, \ldots)$ e di poter rilevare tutte le uscite

$(\ldots y_1, y_2, y_3, y_2, \ldots y \ldots)$

l'insieme di tutte le possibili coppie $(u(\cdot)\ y(\cdot))$ prende il nome di insieme di funzionamento.

Se quindi siamo di fronte a un sistema di cui non riusciamo a individuare le leggi che lo governano (è ad esempio il caso del sistema economico...) e ci limitiamo a darne il suo insieme di funzionamento diciamo che ne diamo una rappresentazione esterna o ingresso-uscita.

(in contrapposizione all'uso di variabili di stato che possono non essere accessibili e quindi interne).

Ovviamente la rappresentazione esterna è una rappresentazione parziale, in particolare:

- non possiamo fornire sequenze infinite di simboli di ingresso (quali sono $u(\cdot)$ e $y(\cdot)$ nel caso citato)